

基于非参数基函数的自适应信号分解算法

范 虹¹, 孟庆丰²

(1. 陕西师范大学计算机科学学院, 陕西西安 710062; 2. 西安交通大学机械工程学院, 陕西西安 710049)

摘 要: 提出了一种分解信号特征的自适应信号处理算法. 算法的核心是将观察信号分解为一组最好匹配信号局部结构的特征波形的线性展开, 这些特征波形是由非参数基函数特征波形估计方法计算所得. 分解算法中模板信号的自适应调整使算法可以不再过多地需要信号的先验知识, 在实际应用中具有更加良好的柔性和适应性. 通过对算法自适应性和收敛性的测试, 验证了算法的性能. 仿真信号的提取结果与传统匹配追踪算法分解结果及 EMD 方法分解结果的比较, 进一步表明了所提算法的可行性和有效性.

关键词: 信号分解; 非参数基函数; 自适应模板信号

中图分类号: TN911.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1371-06

Study of Adaptive Signal Decomposition Based on Nonparametric Basis

FAN Hong¹, MENG Qing-feng²

(1. School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an, Shaanxi 710062, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract: This paper presents an adaptive signal decomposition method. The core of the proposed method is to decompose the observed signal into a series expansions of waveforms which best matches the signal local structures. These waveforms are calculated by the nonparametric waveform estimation method. With the proposed method, the adaptive adjustment of template signals makes it unnecessary for the method to require priori information, so that it has better flexibility and adaptability in practical applications. The performance of the proposed method is confirmed by testing its adaptability and convergence. The extraction results of simulation signals are compared with that of the feature extraction method based on the traditional MP decomposition and EMD decomposition, thus verified the feasibility and effectiveness of the proposed method further.

Key words: signal decomposition; nonparametric basis; adaptive template signal

1 引言

长期以来, Fourier 分析以其简单的表示形式一直是信号分析领域的主导工具, 但它也有局限性, 诸如要求所分析系统必须是线性的、信号必须是严格周期的或平稳的. 遗憾的是通常我们所得到的信号大部分都是非平稳的、非线性的, 如果继续用 Fourier 分析来处理, 将会产生许多虚假的谐波分量, 从而使得分析结果失去实际的物理意义. 为了满足非平稳信号分析的需求, 近年来出现了 STFT 分析、小波分析等新的时频分析方法, 并在工程实际中获得了一定的应用, 但它们最终仍是以 Fourier 分析为理论依据, 依然显得柔性不足. 尤其当一个信号由多个特征波形叠加而成时, 如果再使用单一的基底或原子对其展开, 信号信息将有可能被冲淡. 相比之下, 自适应信号分解算法^[1-7]有许多好的性能. 然而,

在无任何分析信号先验信息的情况下, 基函数的不确定又使得这些算法的计算量大的令人无法接受, 几乎失去实际应用价值. 于是, 基于非参数基函数的信号分解方法得以尝试^[8]. 但是, 非参数基函数方法虽然不需要用任何参数表达的基函数, 却需要具有一定信号先验知识的模板信号, 模板信号与实际信号逼近的程度, 会直接影响最终结果的精度^[9]; 且每给定一个模板信号, 此方法只能提取出观察信号中的一个特征成分, 不适合于多种特征成分共存的复杂信号的分析^[10].

为了更好地分析多种特征波形叠加的信号, 从中分解出每个特征波形, 本文提出一种基于非参数基函数的自适应信号分解算法. 该算法的核心是将观察信号分解为一组最好匹配信号局部结构的波形的线性展开, 这些波形是由一组非参数基函数计算所得, 而这组非参数基函数是将模板信号通过滤波器组滤波后的每一个

基函数再由一个 FIR 滤波器扩展为具有不同时间延迟的若干个基函数所构成. 分解过程中, 依据均方差最小的原则在各个子频带内分别找出与信号局部特征波形最匹配的特征波形, 进而求得整个信号频带内的分解. 论文验证了所提算法的自适应性和收敛性, 同时将仿真信号的分解结果分别与匹配追踪算法分解结果和 EMD 方法分解结果进行了比较, 证明了所提算法的性能.

2 基于非参数基函数的自适应信号分解算法

2.1 算法描述

设观察信号 y 含有特征波形和触发时间均未知的 J 个待分析特征成分 $s_j (j=1, \dots, J)$ 以及噪声成分 v , 形如下式所示: $y = \sum_{j=1}^J s_j(n) + v(n), n=1, \dots, N$ (1)

f 为了能够分解出式(1)所示这类信号中的所有特征成分, 本文提出了一种新的自适应信号分解算法. 算法的主要原理是在分解过程中逐个求解出信号中各个特征波形的最优估计, 使得分解后的观察信号 y 可以近似的写成 $y = \sum_{j=1}^J \hat{s}_j$ (2)

其中 \hat{s}_j 是原观察信号 y 中 s_j 的最优估计. 因此, 算法的核心是求解信号中每个特征波形的最优估计.

2.2 算法实现

2.2.1 非参数基函数的构造

假定 x 是一个具有物理先验信息的、用于生成非参数基函数的模板信号. 将其通过一个单输入、 M 输出的均匀滤波器组, 得到 M 个相互独立的非参数基函数 ϕ_i

$$\phi_i' = [\phi_i(1) \ \phi_i(2) \ \dots \ \phi_i(N)], i=1, 2, \dots, M \quad (3)$$

为了使所得非参数基函数在时间方向上具有可调性, 一种可行的方法是将每个子频带中的基函数通过长度为 $P+1$ 、参数向量为 \mathbf{b}_i 的 FIR 滤波器进行延迟扩展^[8], 从而得到一组非参数基函数 Φ_i , 即

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} b_{i0} \\ b_{i1} \\ \vdots \\ b_{iP} \end{bmatrix}, \quad \Phi_i = \begin{bmatrix} \phi_i(1) & 0 & \dots & 0 \\ \phi_i(2) & \phi_i(1) & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_i(P+1) & \phi_i(P) & \dots & \phi_i(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_i(N) & \phi_i(N-1) & \dots & \phi_i(N-P) \\ 0 & \phi_i(N) & \dots & \phi_i(N-P-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_i(N) \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (4)$$

虽然模板信号被滤波器组分解到遍布在其整个频率空间的 M 个子频带上, 但输出信号在各自的频带内会有不同的能量, 不可能均布于频率轴上, 而小能量的频率成分易于受到噪声的干扰. 为了降低模板信号中噪声的影响, 保证精度, 通常按下式选择能量较大的子频带

$$\min_j \left\{ \frac{\sum_{i \in j} E_i}{\sum_{i=1}^M E_i} \right\} \geq \gamma \quad (5)$$

其中 $E_i = \sum_{n=1}^N \phi_i^2(n)$ 为模板信号在各子频带内的能量; γ 是根据经验得出的小于 1 的能量比参数, 集合 I 对应按照公式(5)选取的能量较大的 L 个子频带的集合.

2.2.2 特征波形最优估计算法

非参数基函数特征波形最优估计算法的基本原则是用模板信号 x 来匹配观察信号 y ^[8]. 让两个信号经过同样的滤波器组进行变换, 这样就可以在各个相互线性无关的子频带内依据最小均方差原理单独进行匹配过程, 最后将各子频带内的最优估计 \hat{s}_{ji} 求和得到 s_j 的最佳估计 \hat{s}_j . 具体实现过程如图 1 所示.

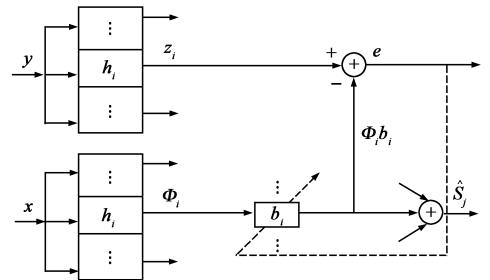


图1 特征波形最优估计算法示意图

由图中可以看出, 为了计算出 s_j 的估计 \hat{s}_j , 需要确定参数矢量 \mathbf{b} . 通常在每个子滤波器中分别求取使得均方差

$$\|e\|^2 = \|z_i - \Phi_i \mathbf{b}_i\|^2 \quad (6)$$

最小的 \mathbf{b}_i , 其最优解为:

$$\mathbf{b}_{i\text{opt}} = (\Phi_i^T \Phi_i)^{-1} \Phi_i^T z_i = \Phi_i^+ z_i \quad (7)$$

$\Phi_i^+ = (\Phi_i^T \Phi_i)^{-1} \Phi_i^T$ 为 Φ_i 的伪逆矩阵. 通过对 Φ_i 进行奇异值分解有

$$\Phi_i = \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i^T = \mathbf{U}_i \begin{bmatrix} \sum_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}_i^T \quad (8)$$

其中, $\mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i$ 是酉阵, $\sum_i = \text{diag}(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{ir})$, $\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{ia1}$ 是 Φ_i 的奇异值, r 是 Φ_i 的秩. 于是

$$\Phi_i^+ = \mathbf{V}_i \begin{bmatrix} \sum_i^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}_i^T = \sum_{l=1}^{a1} \frac{\mathbf{V}_{il} \mathbf{U}_{il}^T}{\sigma_{il}} \quad (9)$$

所以

$$\mathbf{b}_{i\text{opt}} = \sum_{l=1}^{a1} \frac{\mathbf{V}_{il} \mathbf{U}_{il}^T \mathbf{Z}_{il}}{\sigma_{il}} \quad (10)$$

最终得到 s_j 的最优估计

$$\hat{s}_j = \sum_{i \in I} \hat{s}_{ji} = \sum_{i \in I} \Phi_i b_{iopt} \quad (11)$$

2.2.3 模板信号的自适应调整

尽管特征波形最优估计算法可以用来提取信号中的特征成分,但算法中所确定的一个模板信号仅能用于观察信号中一个特征成分的估计,之后想要再次给出能够准确描述信号特征的模板信号无疑是一个难题.虽然文献[11]给出了几种选取模板信号的方法,仍难以满足实际应用的需要.为了能够进一步调整模板信号,使其再次逼近信号中的某个剩余特征成分,本文的算法中引入一种递归算法,依据前一次求解最优估计的模板信号自适应调节本次估计的模板信号,即按下式确定每次估计所需的模板信号:

$$x_j(n) = \alpha x_{j-1}(n) + (1 - \alpha)(y(n) - \sum_{i=1}^{j-1} \hat{s}_i(n)) \quad (12)$$

式中补偿因子 $\alpha < 1$, $x_{j-1}(n)$ 和 $x_j(n)$ 分别为算法中第 $j-1$ 次和第 j 次估计中的模板信号.该调整过程一直迭代重复,直到模板信号与所估计结果二者的最小均方差小于给定的阈值为止.

2.2.4 具体实现

确定了模板信号后,可依据下列步骤实现观察信号的多特征成分的估计:

(1) 设置初值:令信号的初始余量 $R^0 f = y$ 、初始模板信号 x_0 取任一简单函数;

(2) 重复步骤(3)至步骤(5),直到剩余信号能量满足 $\|R^{i+1} f\|^2 < e$, e 为预先给定的阈值;或其他给定的终止条件;

(3) 用式(12)更新模板信号 x_j ;

(4) 用特征波形最优估计算法计算信号中某个特征成分的最好估计 $\hat{s}_j(n)$;

(5) 修改信号余量 $R^{i+1} f = R^i f - \hat{s}_j$.

3 算法性能评估

3.1 算法自适应性验证

验证文中方法的自适应性,实际上就是验证式(12)对模板信号的自适应调节能力.为此,分不同情况测试.

设观察信号是形如式(13)所示的冲击信号 s

$$s(n, \zeta, \tau, f, \varphi) = \begin{cases} A \sin(2\pi f n T + \varphi) e^{-\zeta(nT - \tau)}, & nT > \tau \\ 0, & nT \leq \tau \end{cases}, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

其中参数:信号幅值 A 、衰减因子 ζ 、阻尼衰减的初始时刻 τ 、频率 f 和初始相位 φ 的初值分别取为(20, 15, 0.15, 14.65, $-\pi/2$).方法中的提取参数分别取为:滤波器组中子滤波器的个数 $L = 64$ 、每个子滤波器的长

度 $N = 128$ 、 $P = 10$ 及 $\gamma = 0.91$.

3.1.1 初始模板信号与观察信号完全一致时的提取

选取初始模板信号 x_0 为参数与 s 具有完全相同初始值的冲击信号.对 s 进行提取,提取信号的波形如图 2 所示.很显然,提取信号中除了因滤波器组的双边效应所造成的冲击开始时刻有微小的误差外,几乎与 s 完全重合.可见,包含观察信号所有信息的模板信号并不会因为式(12)的调节而丧失其所包含的信息.

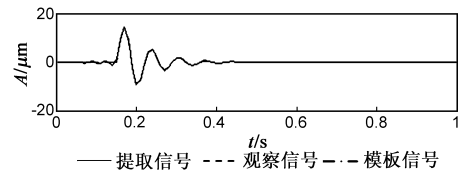
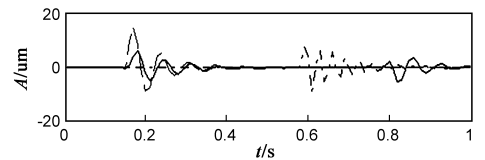


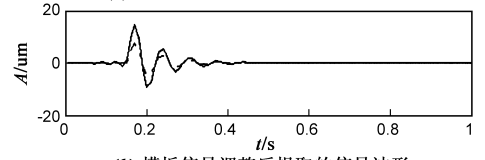
图2 模板信号与观察信号一致时提取的信号波形

3.1.2 初始模板信号与观察信号不完全一致时的提取

设初始模板信号 x_0 仍选取为结构如式(13)所定义的冲击信号,但参数的初始值为(20, 10, 0.58, 30.5, $\pi/4$),即其衰减因子、初始时刻、频率及其相位都与 s 有一定的偏差.模板信号未经过式(12)调整时对 s 的提取结果如图 3(a)所示.由于所选模板信号参数与 s 的参数或多或少都有一定的差距,因此提取结果与 s 有所偏离.模板信号经过式(12)几次迭代调整后对 s 的提取结果如图 3(b)所示.由图 3(b)可以看到提取的信号与 s 几乎完全一致,表明文中所给调整模板信号的式(12)的自适应性是很强的.



(a) 模板信号未作调整时提取的信号波形



(b) 模板信号调整后提取的信号波形

— 提取信号 --- 观察信号 -.- 模板信号

图3 模板信号与观察信号不完全一致时的提取结果

3.1.3 初始模板信号与观察信号完全不同时的提取

选取 Gabor 原子作为初始模板信号,其中不包含 s 的任何先验信息.模板信号未经过式(12)调整对 s 提取的结果如图 4(a)所示,由于所选模板信号与 s 的特征相差太大,导致所提特征与 s 的实际特征差别也非常大,几乎没有提取到 s 中的有效特征,与 s 的结构完全背离.而模板信号经过式(12)几次迭代调整之后对 s 的提取结果如图 4(b)所示,所提取的波形与 s 的波形吻

合的很好.提取结果表明即使所选取的初始模板信号不包含任何观察信号的先验信息,应用式(12)对模板信号进行自适应调整后,仍然可以获得比较满意的提取结果.

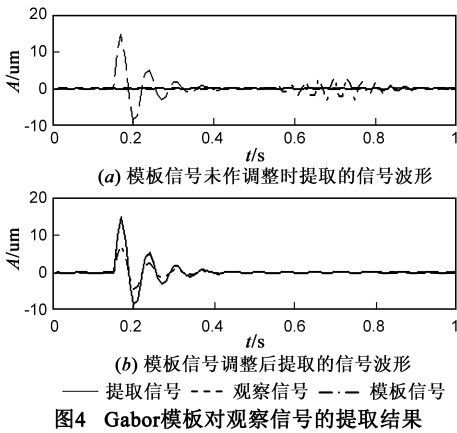


图4 Gabor模板对观察信号的提取结果

综合上述提取结果表明:不论初始模板信号中包含有多少观察信号的先验信息,甚至不论初始模板信号中是否包含有观察信号的先验信息,通过式(12)调整之后的模板信号对观察信号的提取最终都能获得非常好的结果.这一结果充分说明了式(12)的有效性和灵活性,从而保证了文中所提分解方法提取信号中特征成分的性能,同时也说明,文中的方法比较适合于提取多种特征成分共存的混合信号.

3.2 算法收敛性验证

利用MP算法分解信号,分解前后的能量是守恒的,保证了算法的收敛性.文中所提的分解方法在整个信号的提取过程中,其残余信号的能量也将随着提取信号特征成分的增加而递减,并逐渐趋于零.但是,由于在方法中引用了式(12)对初始模板信号进行迭代调整,一旦模板信号在迭代的过程中出现能量发散的现象,则会影响到整个提取方法的收敛性.因而,本节将通过数值实验对文中所提方法的收敛性进行探讨性研究.

实验中初始模板信号依然采用3.1节所述的四种模板信号,并对上述的观察信号 s 进行提取.表1给出了观察信号的剩余量在迭代提取过程中的变化情况(前30次).

由表1可以得知,当文中所提的分解方法采用不同的初始模板信号提取某一观察信号的特征时,随着用式(12)对模板信号的调整,信号剩余量逐渐递减,最后都将趋于稳定.本节实验中信号剩余量都将趋于用与观察信号特征结构完全一致的初始模板信号提取观察信号后的信号剩余量.也就是说,信号的分解过程依然收敛.

表1 不同模板信号对仿真信号提取的实验结果

初始模板信号	迭代次数					
	第1-5次	第6-10次	第11-15次	第16-20次	第21-25次	第26-30次
与观察信号结构一致的冲击信号	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894
	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894
	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894
	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894
	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894	0.0894
与观察信号结构不完全相同的冲击信号	20.0143	1.8679	0.2264	0.0909	0.0894	0.0894
	5.1559	1.4439	0.1522	0.0900	0.0894	0.0894
	6.6517	0.8679	0.1165	0.0896	0.0894	0.0894
	3.2280	0.5809	0.0999	0.0895	0.0894	0.0894
	2.9551	0.3474	0.0934	0.0895	0.0894	0.0894
正弦信号	16.1607	2.0024	0.1781	0.0903	0.0894	0.0894
	6.2442	1.1620	0.1296	0.0897	0.0894	0.0894
	5.8306	0.7309	0.1051	0.0896	0.0894	0.0894
	4.5998	0.4354	0.0957	0.0895	0.0894	0.0894
	2.9501	0.2751	0.0915	0.0895	0.0894	0.0894
Gabor原子	24.2874	1.1684	0.1471	0.0898	0.0894	0.0894
	2.4929	0.8674	0.1128	0.0896	0.0894	0.0894
	2.7111	0.5131	0.0989	0.0895	0.0894	0.0894
	1.9581	0.3365	0.0928	0.0895	0.0894	0.0894
	1.8024	0.2098	0.0908	0.0894	0.0894	0.0894

4 仿真研究

为了验证文中所提方法提取多个特征共存信号的能力,本节构造仿真信号为式(14)所定义的信号.

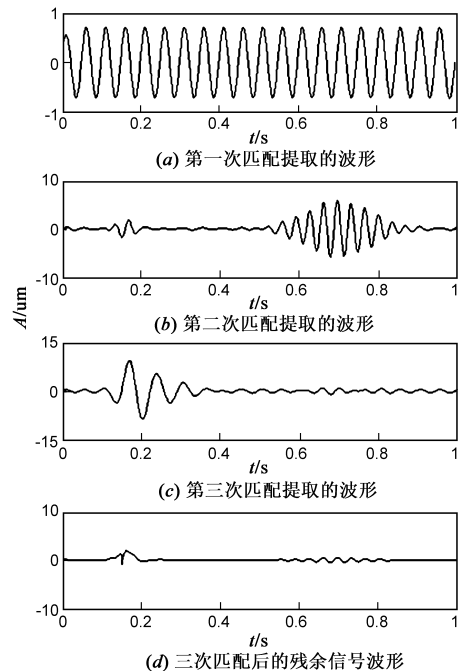


图5 文中方法对仿真信号的提取结果

$$y(n) = 15s(n, 15, 0.15, 14.65, -\pi/2) + 6g(n, 0.2, 0.7, 28.5, \pi/4) + 2\sin(2\pi \cdot 20 \cdot nT + \pi/8) \quad n = 1, 2, \dots, 1024 \quad (14)$$

其中:函数 s 如式(13)所示的冲击信号;函数 g 为 Gabor 原子。

图 5 示出了本文所提方法的提取结果.在此,初始模板信号任取为频率 18Hz、幅值为 1 μm 的正弦信号;滤波器组中子滤波器的个数 $L = 64$,每个子滤波器的长度 $N = 128$,方法中的提取参数分别设为 $P = 10$, $\gamma = 0.91$,每个频带的频率分辨率是 7.8Hz.

从图中可以看到,第一次匹配提取的特征波形是与初始模板特征相似的正弦分量,但其频率与仿真信号中正弦波形的频率吻合,约为 20Hz,如图(a);第二次匹配提取的特征波形是与初始模板信号特征完全不同的 Gabor 原子,其中心近似位于 0.7s 处、频率约为 28Hz,如图(b);第三次匹配提取的特征波形也是与初始模板信号特征完全不同的冲击衰减响应,且其起始时刻约为 0.15s、频率约为 14.5Hz,如图(c)所示;图(d)为三次提取后所剩信号余量.很显然,尽管初始模板信

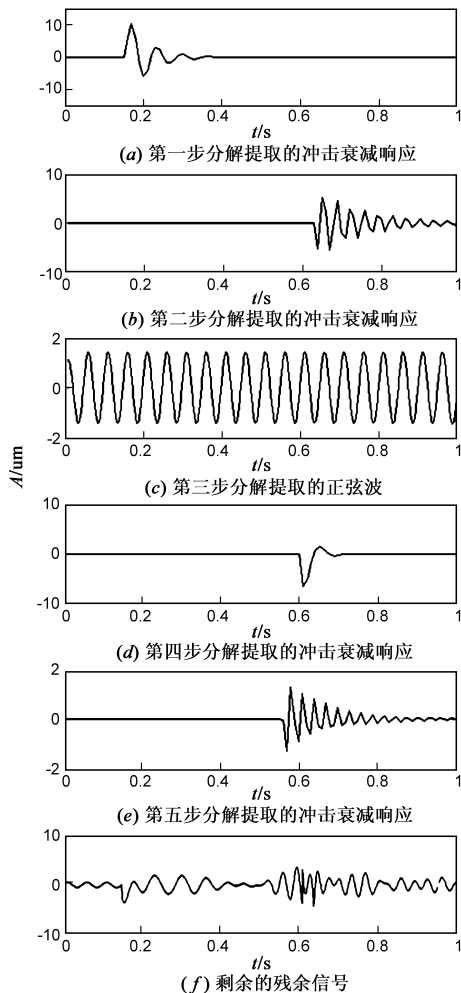


图6 MP对仿真信号的分解过程

号并非与仿真信号的所有特征都相似,但文中所提方法还是将其中各分量的特征波形很好的提了出来,且提取的信号特征与仿真信号的特征都基本匹配,其效果是很明显的。

为了加以对比,图 6 和 7 分别给出了匹配追踪算法和 EMD 算法对该仿真信号的分解结果.匹配追踪算法分解过程中时频原子选为式(13)所定义的冲击函数.从分解结果来看,这两种分解方法对此仿真信号的分解都不是理想.在图 6 中,对于信号中具有双边对称特征的 Gabor 原子,所选的时频原子不能很好地给出匹配结果,不得不通过一系列冲击函数的线性组合来逼近函数特征,图中分别用第二次(图 6(b))、第四次(图 6(d))、第五次(图 6(e))及后续多次分解的冲击响应与正弦波来逼近.用这种组合波形来解释信号的物理意义显然是不切合实际的,而且对于后续的特征识别也缺少有效、稳定的支持算法,对解决实际问题通常是难以实现的.而图 7 中的第一个 IMF 中就已经不是单独的一个频率成分,而是几乎包含了仿真信号中的所有频率成分,并没有真正将各信号成分分离出来.这一分解结果表明,当信号中各特征成分频率非常接近时,EMD 方法对信号的分解精度并不是很理想。

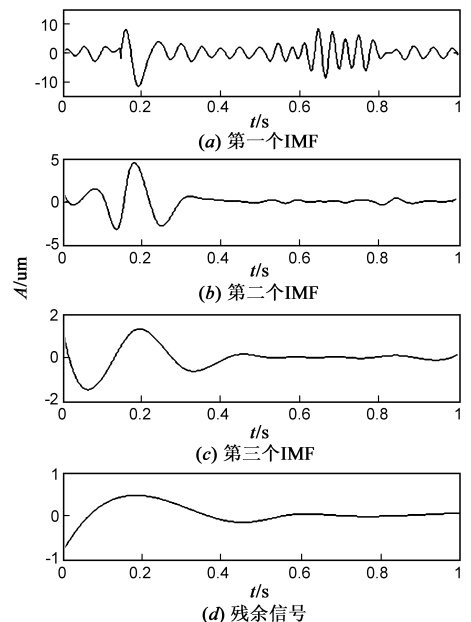


图7 EMD方法对仿真信号的分解结果

5 结论

本文提出了一种自适应提取混合特征信号特征波形的信号处理方法.方法的核心是将观察信号分解为一组由非参数基函数的线性展开所表示的特征波形的组合,不需要预先定义任何基函数.模板信号自适应调整算法的引入,使得初始模板信号的任意选取不会影

响提取结果,克服了非参数特征波形估计方法中提取结果过多依赖于模板信号的选取的缺点. 计算机仿真信号的提取结果表明了该方法能够十分理想地匹配信号中的各个特征波形,尤其对那些信号特征不明确、信号发生时刻未知的瞬态信号更体现出了它的实用性和有效性. 提取结果与匹配追踪算法的分解结果及 EMD 方法分解结果的比较,表明本文所提方法具有很大的可行性和适应性. 应该看到,该方法为混合特征信号的特征提取提供了一条新途径.

参考文献:

- [1] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3377 – 3415.
- [2] 范虹, 孟庆丰, 张优云. 用混合编码遗传算法实现匹配追踪算法[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(3): 295 – 29.
- [3] Fuchs J. On sparse representations in arbitrary redundant bases [J]. IEEE Trans On Inform Theory, 2004, 50(6): 1341 – 1344.
- [4] S Qian, D Chen. Signal representation using adaptive normalized Gaussian functions[J]. Signal Processing, 1994, 36: 329 – 355.
- [5] Silva A F da. Atomic decomposition with evolutionary pursuit [J]. Digital Signal Processing, 13(2003): 317 – 337.

- [6] S Chen, D Donoho. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM J Sci Computing, 1999, 20(1): 33 – 61.
- [7] 李映, 张艳宁, 许星. 基于信号稀疏表示的形态成分分析: 进展和展望[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 146 – 152.
LI Ying ZHANG Yan-ning XU Xing. Advances and perspective on morphological component analysis based on sparse representation[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 146 – 152. (in Chinese)
- [8] Farook Sattar, Goran Solomonsson. Nonparametric waveform estimation using filter bank[J]. IEEE transactions on Signal Processing, 1996, 44(2): 240 – 247.
- [9] 范虹, 冯涛, 孟庆丰, 等. 非参数特征提取方法中的模板信号的选取[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(18): 75 – 77.
- [10] 范虹. 非平稳信号特征提取的若干方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2008.
- [11] 孙敬远, 孟庆丰. 非参数波形提取方法及应用[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(3): 266 – 269.

作者简介:

范虹 女, 1969 年 4 月出生于宁夏, 博士. 陕西师范大学副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为信号处理、模式识别.

E-mail: fanhong@snnu.edu.cn

孟庆丰 男, 1959 年 1 月出生于河北, 博士. 西安交通大学教授, 博士生导师. 主要研究方向为机械信号处理、动态分析、机械设备监测与诊断. E-mail: qfmeng@mail.xjtu.edu.cn

